

УДК 514.822

**МАТЕМАТИЧЕСКОЕ И КОМПЬЮТЕРНОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ  
ОБРАЗОВАНИЯ ХАОСА В ПОЛЯХ ТЯГОТЕНИЯ С ОСЕВОЙ СИММЕТРИЕЙ  
ПРИ НАЛИЧИИ ГОЛОЙ СИНГУЛЯРНОСТИ**

Д.В. Гальцов<sup>1</sup>, К.В. Кобялко<sup>2</sup>

<sup>1</sup> [galtsov@phys.msu.ru](mailto:galtsov@phys.msu.ru); Московский государственный университет им. М.В. Ломоносова; Казанский федеральный университет

<sup>2</sup> [kobyalkov@yandex.ru](mailto:kobyalkov@yandex.ru); Московский государственный университет им. М.В. Ломоносова

*Обсуждается проблема движения пробных тел в пространствах, не допускающих разделение переменных в уравнении геодезических. Такие ситуации типичны для метрик Вейля, в которых имеется лишь два коммутирующих вектора Киллинга и отсутствует тензор Киллинга второго ранга. На примере метрики Зипоя-Вурхис с параметром НУТ показано, что движение становится хаотичным в некоторых областях параметров, что иллюстрируется сечениями Пуанкаре. Такое поведение характерно для метрик коллапсаров, отличных от метрики Керра, в которых нарушается принцип космической цензуры.*

**Ключевые слова:** геодезические, метрика Зипоя-Вурхис, хаос, голая сингулярность.

## 1. Введение

Радиоинтерферометрия со сверхдлинными базами сделала возможными наблюдения за центром Галактики с угловым разрешением, достаточным для четкого определения тени от центрального объекта, который предположительно является керровской черной дырой. В связи с этим усилился интерес к поиску альтернативных моделей компактных объектов, отличных от предсказываемых стандартной теорией черных дыр, в которой метрика Керра является уникальной. Основные предположения, которые приводят к последнему предсказанию, это принцип космической цензуры, запрещающий существование так называемых голых сингулярностей, не скрытых горизонтом событий, а также принцип защиты хронологии, запрещающий области пространства-времени вне горизонта, в которых присутствуют замкнутые времени-подобные кривые (ЗВК). Хотя оба предположения и являются наиболее аргументированными, все же абсолютно исключить возможность их нарушения нельзя.

Особое внимание в литературе уделяется исследованию гравитационных дуальных решений [1], содержащих параметр Ньюмана-Уитни-Тамбурино(НУТ). Наиболее известный в пример подобных дуальных пространств - решения Шварцшильда и Тауб-НУТ [2], связь между которыми во многом аналогична связи между магнитными монополями и электрическими зарядами в электродинамике [3]. Однако, до конца остается не выясненным вопрос о их физической интерпретации и достоверности существования. В частности решения типа Тауб-НУТ содержат ЗВК [4]. Однако недавно было показано, что свободное движение вдоль таких кривых не допускается, а содержащиеся в них голые сингулярности в виде струн Мизнера (МС) проницаемы для геодезических [5].

Более сильные голые сингулярности присутствуют в решениях Зипой-Вурхиса [6] (ЗВ), представляющих собой аксиально-симметричную деформацию черной дыры Шварцшильда и являющееся весьма не стандартным примером пространства с положительной массой и голой сингулярностью [7]. Здесь мы исследуем движение в метрике ЗВ, дополнительно содержащей параметр НУТ [8]. Данное решение исследовалось в [9]. Ряд уникальных свойств полученной метрики и улучшение поведения инварианта Кречмана, является основанием для более подробного изучения, чему и посвящена настоящая работа. Подобно тому как решение ЗВ может рассматриваться как деформация решения Шварцшильда [10], решение ЗВТН является деформацией метрики Тауба-НУТ, и соответственно может быть неинтегрируемой системой, которая в следствии теорем Колмогорова-Арнольда-Мозера [11, 16] может содержать ряд эффектов хаоса [12]. Данные эффекты могут быть исследованы стандартными приёмами, такими как анализ простейших круговых геодезических и сечений Пуанкаре в фазовом пространстве [13].

## 2. Семейство решений Зипой-Вурхис с НУТ зарядом.

Рассмотрим НУТ заряженное обобщение решения Зипой-Вурхиса (ЗВТН) которое в сфероидальной системе координат записывается в виде[8]:

$$ds^2 = -f(dt - \omega d\phi)^2 + \Sigma^2 \left( \frac{dx^2}{x^2 - 1} + \frac{dy^2}{1 - y^2} \right) + R^2 d\phi^2, \quad (1)$$

где вводятся следующие стандартные обозначения:

$$R^2 = L^2 f^{-1} (x^2 - 1)(1 - y^2), \quad \Sigma^2 = L^2 f^{-1} \left( \frac{x^2 - 1}{x^2 - y^2} \right)^{\delta^2} (x^2 - y^2), \quad (2)$$

$$f = \frac{a}{\left(\frac{x+1}{x-1}\right)^\delta + \gamma^2 \left(\frac{x-1}{x+1}\right)^\delta}, \quad \omega = 2Ny + C, \quad N = 2\gamma\delta L/a. \quad (3)$$

Данное решение представляет собой частный случай решения, полученного Халелсой [14]. Вычисление обобщённых интегралов Комара позволяет получить следующее выражение для полной массы и НУТ заряда:

$$M_T = \frac{1 - \gamma^2}{1 + \gamma^2} \delta L, \quad N_T = N. \quad (4)$$

Полная масса решения  $M_T > 0$ , при  $|\gamma| < 1$ ,  $M_T < 0$  при  $|\gamma| > 1$ . При значениях параметра  $\delta \neq 0, 1$  метрика содержит голую сингулярность.

## 3. Хаос, интегрируемость, сечения Пуанкаре.

Займемся численным исследованием вопроса о возникновении геодезического хаоса в метрике ЗВТН. Наиболее удобными для данного анализа являются сфероидальные координаты  $(x, y)$ . Лагранжиан свободной частицы имеет вид:

$$L = -f(\dot{t} - \omega\dot{\phi})^2 + \Sigma^2 \left( \frac{\dot{x}^2}{x^2 - 1} + \frac{\dot{y}^2}{1 - y^2} \right) + R^2 \dot{\phi}^2 = \epsilon, \quad (5)$$

где  $\dot{\phantom{x}}$  обозначает производную по собственному времени, а  $\epsilon = 0, 1, -1$  для изотропных-пространственно-подобных и времени-подобных кривых соответственно. Два вектора Киллинга  $\xi_{(t)}^\mu$  и  $\xi_{(\phi)}^\mu$  определяют два интеграла движения[15]:

$$f(\dot{t} - \omega\dot{\phi}) = E, \quad (6)$$

$$f(\dot{t} - \omega\dot{\phi})\omega + L^2 f^{-1}(x^2 - 1)(1 - y^2)\dot{\phi} = l, \quad (7)$$

где  $E$  и  $l$  интерпретируются как энергия и орбитальный момент пробной частицы. Отметим, что уравнение (5) можно записать в терминах эффективного потенциала[13]:

$$T + V_{eff} = 0, \quad (8)$$

где

$$V_{eff}(x, y) = \frac{1}{2}e^{-2\gamma} \left( -E^2 - \epsilon f + \frac{f^2 \hat{l}^2}{L^2(x^2 - 1)(1 - y^2)} \right), \quad (9)$$

а  $T$  обобщённая кинетическая энергия. Однако в ряде случаев удобнее работать с укороченным потенциалом  $V = 2V_{eff}e^{2\gamma}$ . С использованием, интегралов движения (6) и (7), из лагранжиана (5) получим следующую систему дифференциальных уравнений эквивалентную некоторой четырёх-мерной динамической системе:

$$2A\ddot{x}(s) + 2\dot{x}(s) \left( \frac{1}{2} \frac{\partial A}{\partial x} \dot{x}(s) + \frac{\partial A}{\partial y} \dot{y}(s) \right) - \frac{\partial B}{\partial x} \dot{y}^2(s) - \frac{f^2 \hat{l}^2 \partial R^2 / \partial x}{L^4(x^2(s) - 1)^2(1 - y^2(s))^2} + \\ + f^{-2} \frac{\partial f}{\partial x} E^2 = 0, \quad (10)$$

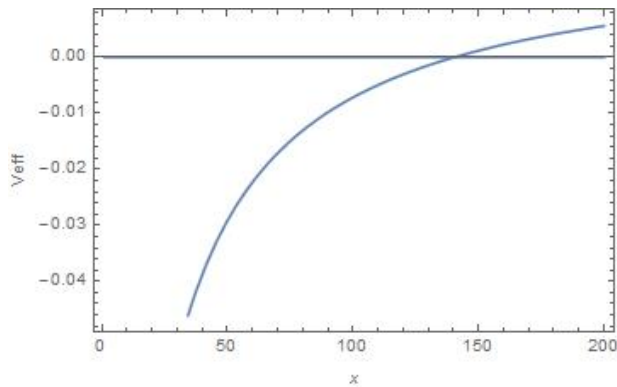
$$2B\ddot{y}(s) + 2\dot{y}(s) \left( \frac{1}{2} \frac{\partial B}{\partial y} \dot{y}(s) + \frac{\partial B}{\partial x} \dot{x}(s) \right) - \frac{\partial A}{\partial y} \dot{x}^2(s) - \frac{f^2 \hat{l}^2 \partial R^2 / \partial y}{L^4(x^2(s) - 1)^2(1 - y^2(s))^2} - \\ - \frac{8f\hat{l}\gamma\delta E}{aL(x^2(s) - 1)(1 - y^2(s))} = 0, \quad (11)$$

где

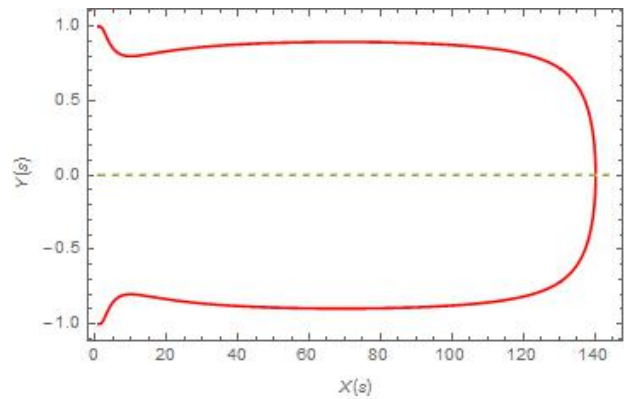
$$A = \frac{\Sigma^2}{x^2 - 1}, \quad B = \frac{\Sigma^2}{1 - y^2}, \quad \hat{l} = l - E\omega. \quad (12)$$

Таким образом, при фиксированных значениях момента и энергии, движение в метрике ЗВТН сводится к двумерному, и проходит в области, ограниченной кривыми нулевых скоростей(КНС)  $V = 0$ , начальные условия фиксируются условием нормировки (5). Решение ЗВТН можно рассматривать как деформацию решения Шварцшильда или Тауб-НУТ, для которых уравнения геодезических являются интегрируемыми системами. В силу теорем Колмогорова-Арнольда-Мозера[11, 16] и Пуанкаре-Биркоффа [17] небольшие возмущения метрики деформируют инвариантные нерезонансные торы траекторий исходной динамической системы. Из резонансных торов (периодических) остаётся лишь чётное число - стабильные и нестабильные орбиты.

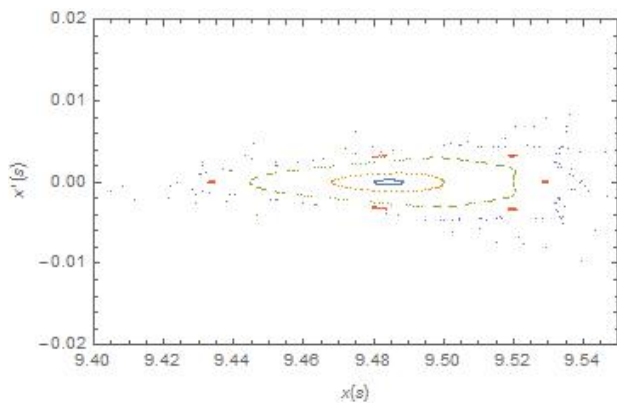
Структура всех этих орбит традиционно исследуется при помощи двумерных сечений Пуанкаре в фазовом пространстве, при этом инвариантным торам соответствуют замкнутые кривые в фазовой плоскости  $(x, \dot{x})$  образующие так называемые главные острова стабильности. Однако, помимо этого, в случае неинтегрируемой системы могут возникать дополнительные острова стабильности, формирующиеся вокруг вторичных стабильных орбит. Между этими островами формируются нестабильные периодические орбиты, из которых выходят их асимптотические орбиты. Стабильные асимптотические орбиты не могут пересекать себя или другие устойчивые асимптотические орбиты и стремятся к периодическим орбитам в обратном (прямом) течении временного параметра. Последнее свойство асимптотических орбит в сочетании с неперекрестным свойством порождает на поверхности сечений колебания орбит гомоклинический эффект хаоса[10, 12].



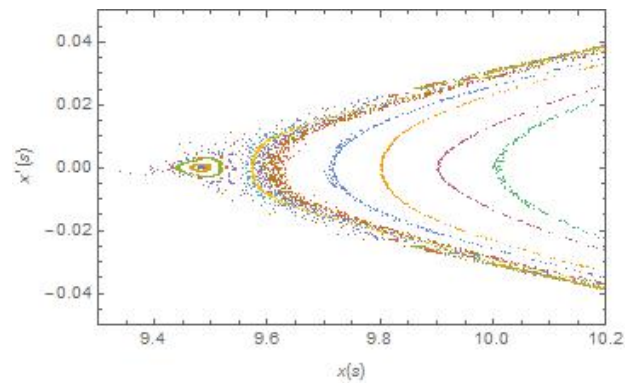
**Рис. 1.** Сечение эффективного потенциала, случай  $\delta = 3, \gamma = 0$ .



**Рис. 2.** Кривая КНС, случай  $\delta = 3, \gamma = 0$ .



**Рис. 3.** Остров стабильности, случай  $\delta = 3, \gamma = 0$ .

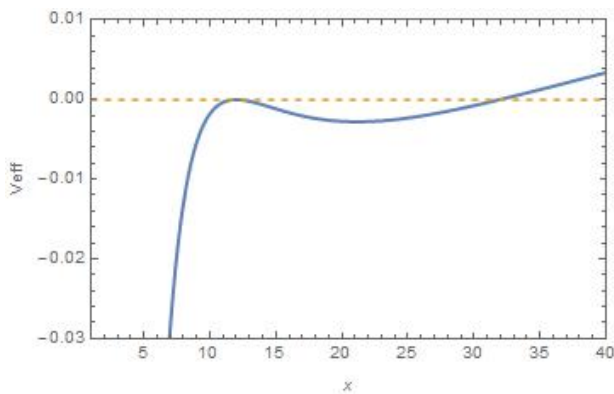


**Рис. 4.** Сечение Пуанкаре, случай  $\delta = 3, \gamma = 0$ .

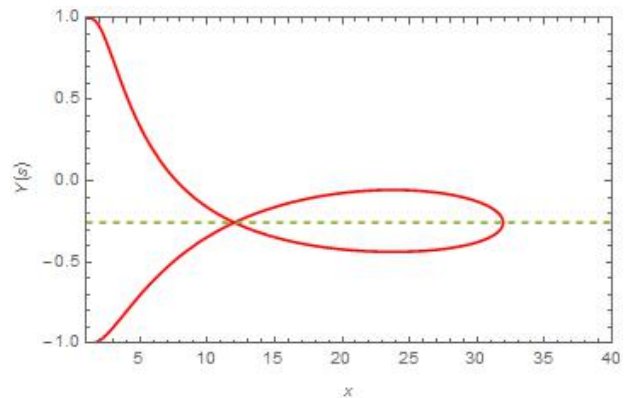
Для построения сечения Пуанкаре обычно выбирают сечение  $y = 0$ . В силу симметрии этот выбор наиболее оптимален, однако, как мы увидим далее, он не всегда возможен. Вместо этого мы будем пользоваться другими сечениями, такими как минимум потенциала  $V$ . При этом, в отличие от симметричного случая, кривые в

сечениях Пуанкаре расщепляются, поэтому накладывается дополнительное условие  $\dot{y} > 0$ . Нас будет интересовать появление дополнительных островов стабильности и областей хаоса свидетельствующие в пользу в неинтегрируемости соответствующей динамической системы. При численном построении сечений Пуанкаре с использованием Wolfram Mathematica начальные данные фиксируются условием нормировки.

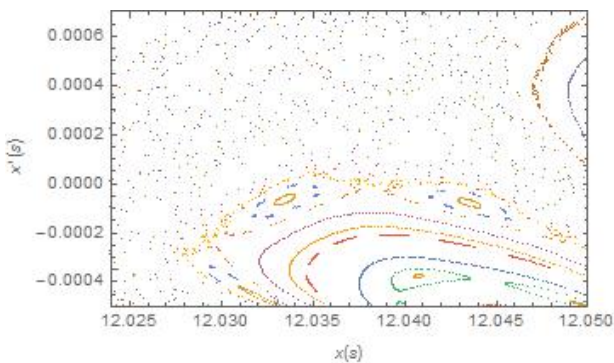
- Хаос в пространстве Зипой-Вурхис. Начнём с хорошо известного случая возникновения хаоса в пространстве 3В с значением параметра деформации  $\delta \neq 1$ . В качестве примера рассмотрим случай  $\gamma = C = 0$ ,  $\delta = 3$ ,  $L = 1$ . Фиксируем орбитальный момент и энергию частицы следующим образом  $l = 7$ ,  $E = 0.98$ . Из вида эффективного потенциала (Рис.1) очевидно, что в данном случае некоторые частицы могут упасть на сингулярность, так как нет потенциального барьера, тем не менее, существует довольно широкая зона, в которой геодезические устойчивы.



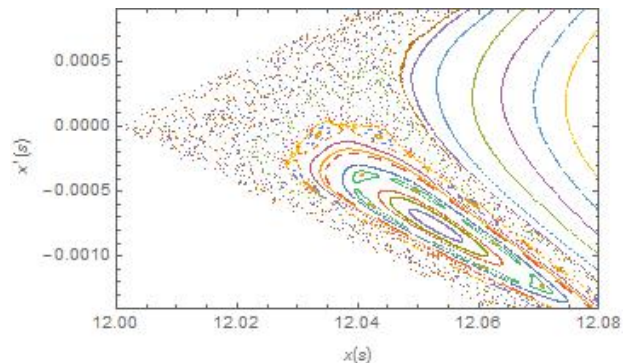
**Рис. 5.** Сечение эффективного потенциала, случай  $\delta = 3, \gamma = 1/4$ .



**Рис. 6.** Кривая КНС, случай  $\delta = 3, \gamma = 1/4$ .



**Рис. 7.** Остров стабильности, случай  $\delta = 3, \gamma = 1/4$ .



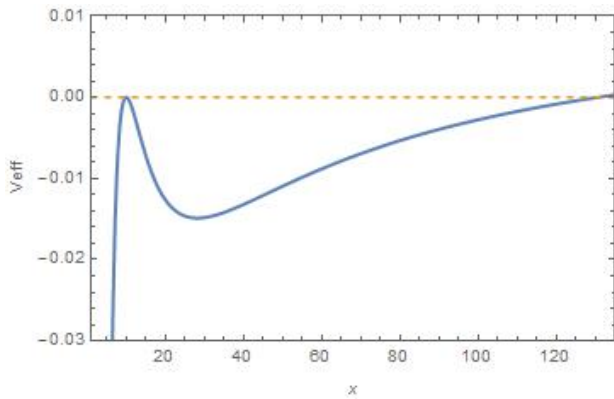
**Рис. 8.** Сечение Пуанкаре, случай  $\delta = 3, \gamma = 1/4$ .

Кривая нулевых скоростей и пример стабильной геодезической изображен на (Рис.2). Нетрудно заметить, что на границе зоны устойчивости возникает дополнительный остров стабильности (Рис.3) при этом на границе между новым и исходным

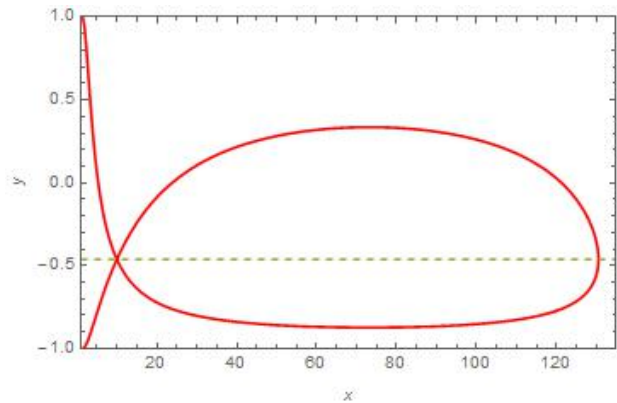
островом невозмущённого решения возникает область, где фактически число островов стабильности стремится к бесконечности, возникают нестабильные периодические орбиты и хаос (Рис.4). Существование таких зон служит основанием считать пространство 3В неинтегрируемой системой. Этим примером мы ограничимся, так как подробный анализ случая  $\gamma = 0$  можно найти например в работе [10].

- Рассмотрим случай метрики ЗВТН с положительной полной массой. В начале снова положим  $\delta = 3$ , но уже с НУТ зарядом  $\gamma = 1/4$ . Кроме того энергию и орбитальный момент выберем таким образом, чтобы на границе области существовала неустойчивая круговая орбита  $l = -10.5443$ ,  $E = 0.957535$ .

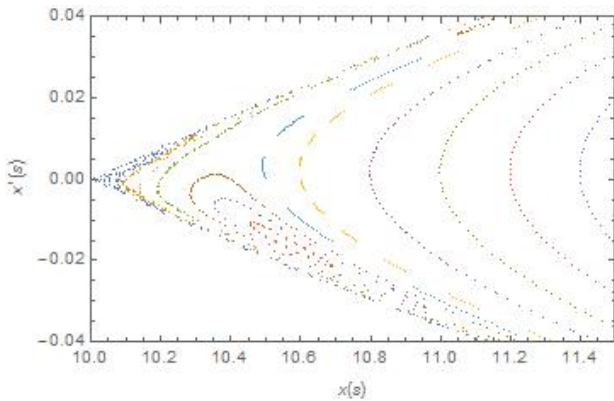
Мы видим, что нет потенциального барьера и возможности убегания на бесконечность, кроме того, как можно видеть из (Рис.5), все геодезические заключены в области КНС с параметрами  $12 < x < 32$  или  $x \cong 7\delta$ . Очевидно, что в данном случае нельзя воспользоваться сечением  $y = 0$ , так как геодезические вовсе не достигают данной гиперплоскости. Поэтому для построения сечения Пуанкаре воспользуемся условием  $y = y_0$  - где,  $y_0$  минимум эффективного потенциала ( $\partial_y V = 0$ ) пунктирная линия на рисунке (Рис.6). При этом в следствии отсутствия надлежащей симметрии изображение может потерять симметрию.



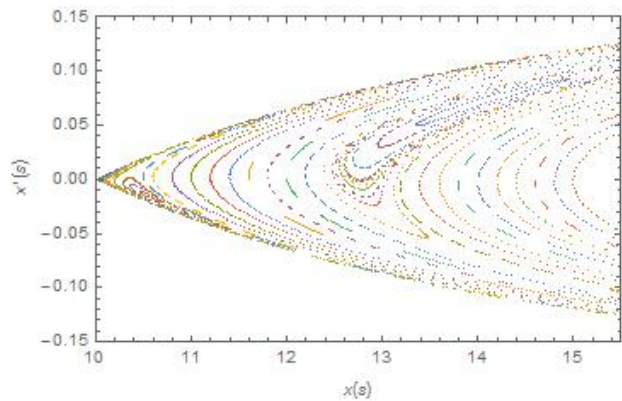
**Рис. 9.** Сечение эффективного потенциала, случай  $\delta = 3, \gamma = 1/2$ .



**Рис. 10.** Кривая КНС, случай  $\delta = 3, \gamma = 1/2$ .



**Рис. 11.** Остров стабильности, случай  $\delta = 3, \gamma = 1/2$ .



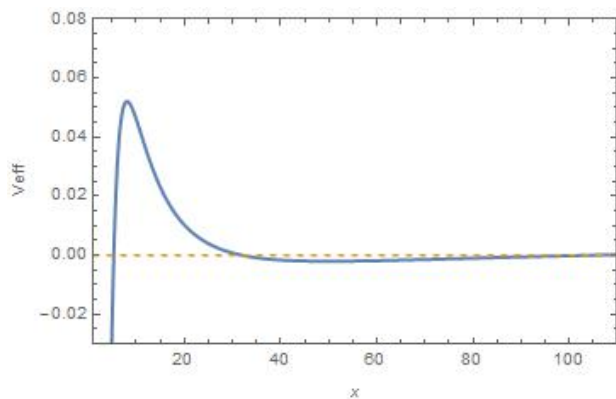
**Рис. 12.** Сечение Пуанкаре, случай  $\delta = 3, \gamma = 1/2$ .



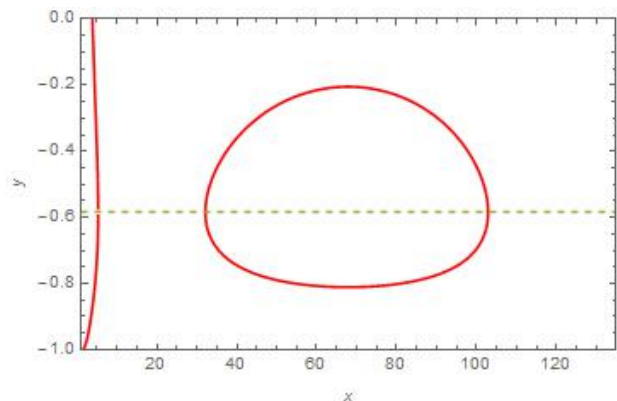
Нетрудно видеть, что по-прежнему сохраняются замкнутые кривые, соответствующие деформированным инвариантным торам, образующие в свою очередь главный остров стабильности, однако появляется множество вторичных изолированных островов стабильности (Рис.8). Между данными островами расположены области асимптотических кривых создающих на поверхности сечения гомоклинический эффект “хаоса” (Рис.7). Таким образом в данном случае динамическая система кажется неинтегрируемой. Тем не менее область возникновения хаоса весьма локальна.

- Выберем параметры следующим образом  $C = 0$ ,  $\delta = 3$ ,  $\gamma = 1/2$ ,  $L = 1$ . Значения энергии и орбитального момента следующие  $l = -10.2694$ ,  $E = 0.988305$ . При этом потенциал имеет вид приведённый на рисунке (Рис.9). Существует неустойчивая круговая орбита при  $x_0 = 10$ . КНС замкнута нет падения на сингулярность кроме того явно нарушена симметрия выбора гиперплоскости сечения (Рис.10). Сечение Пуанкаре имеет вид схожий с предыдущем случаем, имеется несколько изолированных островов стабильности которые в данном случае носят весьма не локальный характер (Рис.12). На границе раздела данных областей и в нестабильных точках могут возникать дополнительные области хаоса, однако наиболее ярко выраженная область снова сосредоточена максимума потенциала (Рис.11).

- Рассмотрим случай геодезических расположенных вдали от источника заключённых в изолированный регион. Рассмотрим решении с  $C = 0$ ,  $\delta = 3$ ,  $\gamma = 3/4$ ,  $L = 1$ .



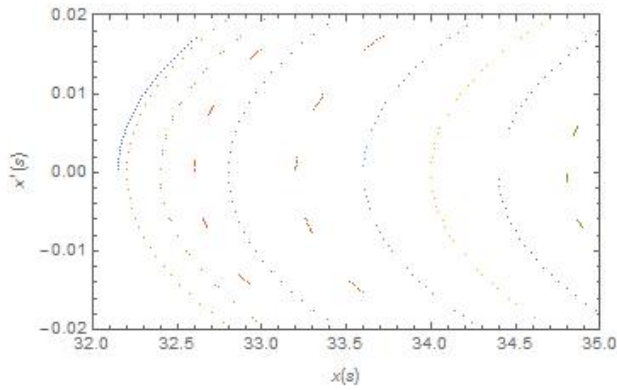
**Рис. 13.** Сечение эффективного потенциала, случай  $\delta = 3$ ,  $\gamma = 3/4$ .



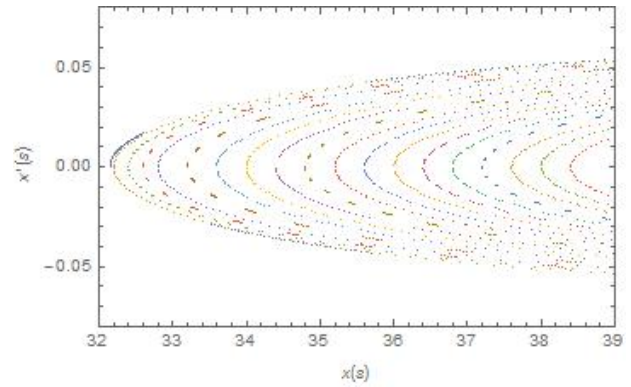
**Рис. 14.** Кривая КНС, случай  $\delta = 3$ ,  $\gamma = 3/4$ .

И полностью изолированный регион при значениях  $l = -9.79997$ ,  $E = 0.994005$ . Из вида потенциала (Рис.13) очевидно движение происходит в удалённом регионе  $x \gg 2\delta$ . Кроме того он очевидно компактен (Рис.14) частицы не выходят на бесконечность и не достигают сингулярности. Сечения Пуанкаре (Рис.15) и (Рис.16) не содержат дополнительных изолированных регионов стабильности и имеют вид характерный для интегрируемых систем.

- Рассмотрим случай параметра деформации  $\delta < 1$ . Выберем для определённости параметры следующим образом  $C = 0$ ,  $\delta = 1/3$ ,  $\gamma = 3/4$ ,  $L = 1$ . Значения энергии и орбитального момента следующие  $l = -0.901934$ ,  $E = 0.984583$ . Имеется бесконечный потенциальный барьер закрывающий сингулярность (Рис.17). При этом мы



**Рис. 15.** Пучок геодезических, случай  $\delta = 3, \gamma = 3/4$ .

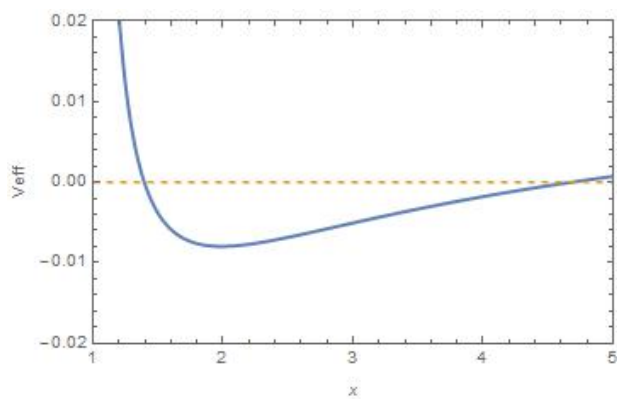


**Рис. 16.** Сечение Пуанкаре, случай  $\delta = 3, \gamma = 3/4$ .

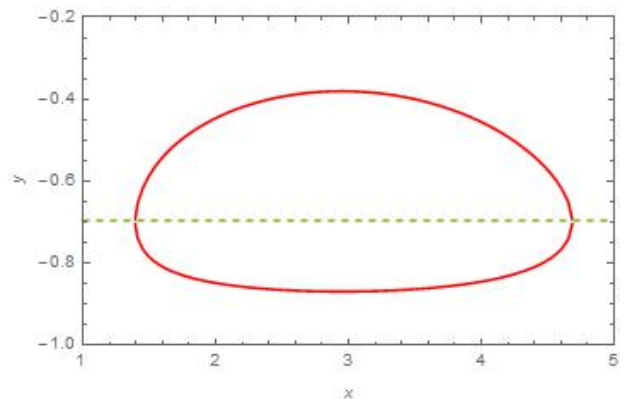
выбрали значения орбитального момента и энергии таким образом, чтобы движение происходило в финитной области максимально приближенном к сингулярности (Рис.18). Как видно из сечений Пуанкаре (Рис.19) и (Рис.20) происходит значительное возмущение картины, появляются два новых изолированных острова стабильности.

Резюмируя, приходим к выводу, что деформированное решение Тауб-Нута перестаёт быть интегрируемой системой, области хаоса сосредоточены в окрестности источника на расстояниях порядка  $\delta$ . В областях  $x \gg \delta$  данные эффекты кажутся отсутствующими.

Более аккуратный анализ может быть проведен посредством использования чисел вращения [12], являющихся хорошим индикатором возникновения хаоса [18]. В рамках данной работы мы не ставим целью полностью описать все очаги возникновения хаоса, и приведенные примеры кажутся вполне достаточными для доказательства неинтегрируемости исследуемой системы.



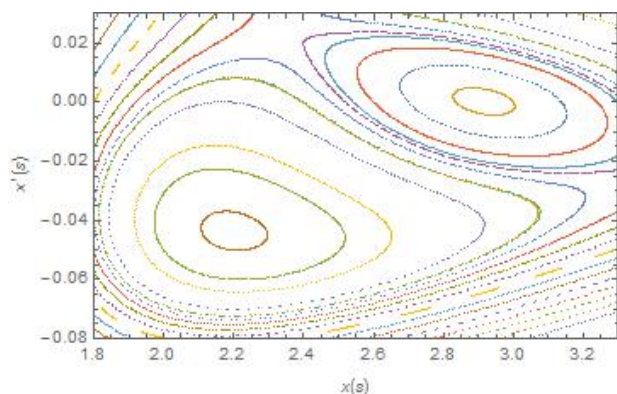
**Рис. 17.** Сечение эффективного потенциала, случай  $\delta = 1/3, \gamma = 3/4$ .



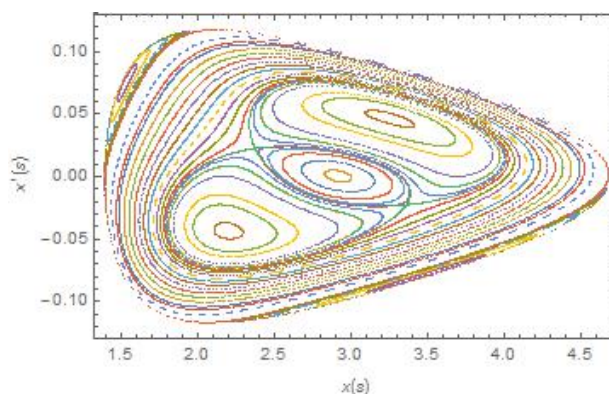
**Рис. 18.** Кривая КНС, случай  $\delta = 1/3, \gamma = 3/4$ .

Работа поддержана РФФИ в рамках проекта 17-02-01299а, а также государственной программой развития Казанского федерального университета.





**Рис. 19.** Острова стабильности, случай  $\delta = 1/3, \gamma = 3/4$ .



**Рис. 20.** Сечение Пуанкаре, случай  $\delta = 1/3, \gamma = 3/4$ .

## Литература

1. Argurio R. Gravitational duality and rotating solutions / R. Argurio, F. Dehouck // Phys. Rev. D. – 2010. – Vol. 81, Iss. 6. – P. 064010.
2. Misner C.W. The flatter regions of Newman, Unti and Tamburino's generalized Schwarzschild space / C.W. Misner // Journal of Mathematical Physics. – 1963. – Vol. 4. – P. 924–937.
3. Wu T. Concept of nonintegrable phase factors and global formulation of gauge fields / T. Wu, C.N. Yang // Physical Review D. – 1975. – Vol. 12. – P. 3845–3857.
4. Lobo F. Closed timelike curves and causality violation / F. Lobo // Classical and Quantum Gravity: Theory, Analysis and Applications. – 2008. – Access mode: arXiv:1008.1127.
5. Clement G. Rehabilitating space-times with NUTs / G. Clement, D. Gal'tsov, M. Guenouche // Physics Letters B. – 2015. – Vol. 750. – P. 591–594
6. Griffiths J.B. Exact Space-Times in Einstein's General Relativity / J. B. Griffiths // Cambridge University Press. – 2009. – 525 p.
7. Kodama H. Global structure of the Zipoy-Voorhees-Weyl spacetime and the  $\delta = 2$  Tomimatsu-Sato spacetime / H. Kodama, W. Hikida // Classical and Quantum Gravity. – 2003. – Vol. 20. – P. 5121. – Access mode: arXiv:gr-qc/0304064.
8. Contopoulos I.G. Generating Solutions to the Einstein Field Equations / I.G. Contopoulos, F.P. Esposito, K. Kleidis, D.B. Papadopoulos, L. Witten // International Journal of Modern Physics D. – 2016. – Vol. 25, № 2. – Access mode: arXiv:1508.01764.
9. Chng B. Accelerating Taub-NUT and Eguchi-Hanson solitons in four dimensions / B. Chng, R. Mann, C. Stelea // Physical Review D. – 2006. – Vol. 74. – P. 034010. – Access mode: arXiv:gr-qc/0608092.
10. Lukes-Gerakopoulos G. The non-integrability of the Zipoy-Voorhees metric / G. Lukes-Gerakopoulos // Physical Review D. – 2012. – Vol. 86. – Access mode: arXiv:1206.0660.
11. Kolmogorov A.N. O sohranenii uslovnoperiodicheskikh dvizhenij pri malom izmenenii funkicii Gamil'tona / A.N. Kolmogorov // Dokl. Akad. Nauk SSSR. – 1954. – Vol. 98, № 4. – P. 527–530.
12. Contopoulos G. Order and chaos in dynamical astronomy / G. Contopoulos. – Berlin: Springer, 2002. – 624 p.
13. Contopoulos G. Periodic Orbits and Escapes in Dynamical Systems / G. Contopoulos, M. Harsoula, G. Lukes-Gerakopoulos // Celestial Mechanics and Dynamical Astronomy. – 2012. – Vol. 113, № 3. – P. 255–278.

14. Hallilsoy M. New metrics for spinning spheroids in general relativity / M. Hallilsoy // Journal of Mathematical Physics. – 1992. – Vol. 33, № 12. – P. 4225.
15. Pedersen A.V. Aspects of Black Hole Physics / A.V. Pedersen. – Access mode: <http://www.nbi.dk/harmark/blackholephysicsv2.pdf>.
16. Arnold V. I. Small denominators and problems of stability of motion in classical and celestial mechanics / V. I. Arnold // Russian Mathematical Surveys. – 1963. – Vol. 18. – P. 85–191.
17. Poincare H. Sur un theoreme de geometrie / H. Poincare // Rendiconti del Circolo Matematico di Palermo. – 1912. – Vol. 33. – P. 375–407.
18. Laskar J. Frequency analysis of a dynamical system / J. Laskar // Celestial Mechanics and Dynamical Astronomy. – 1993. – Vol. 56. – P. 191–196.

#### MATHEMATICAL AND COMPUTER MODELING OF CHAOS IN GRAVITATIONAL FIELDS WITH AXIAL SYMMETRY IN THE PRESENCE OF NAKED SINGULARITY

D.V. Gal'tsov, K.V. Kobialko

*The problem of motion of test bodies in spaces that do not allow separation of variables in the geodesic equation is discussed. Such situations are typical for Weil metrics, in which there are only two commuting Killing vectors and there is no Killing tensor of the second rank. Using the example of the Zipoy-Voorhis metric with the NUT parameter, it is shown that the motion becomes chaotic in some areas of the parameters, as illustrated by the Poincare sections. This behavior is typical of metrics of collapsars, different from the Kerr metric, which violates the principle of cosmic censorship.*

Keywords: geodesic, Zipoy-Voorhis metric, chaos, naked singularity.

УДК 514.822

#### НЕМИНИМАЛЬНО ГРАВИТАЦИОННОЕ ВЗАИМОДЕЙСТВИЕ И НЕМЕТРИЧНОСТЬ

Д.В. Гальцов<sup>1</sup>, С.М. Жидкова<sup>2</sup>

<sup>1</sup> [galtsov@phys.msu.ru](mailto:galtsov@phys.msu.ru); Московский государственный университет им. М.В. Ломоносова; Казанский федеральный университет

<sup>2</sup> [kfizik@yandex.ru](mailto:kfizik@yandex.ru); Московский государственный университет им. М.В. Ломоносова

*Взаимодействие материальных полей с гравитацией может рассматриваться как в рамках метрического формализма, используя связность согласованную с метрикой, так и в формализме первого порядка, в котором связность вводится как независимое поле, динамика которого определяется из действия. При этом, если это взаимодействие неминимально, то мы можем получать существенно различные теории. Здесь мы обсуждаем случай неминимально связанного скалярного поля в рамках укороченной модели Хорндески, рассматривавшейся ранее Сушковым и другими авторами в контексте космологии. Мы показываем, что в случае, когда константа неминимального взаимодействия мала, теории первого и второго порядка совпадают, но в пределе сильной неминимальной связи они существенно различны, при этом в формализме первого порядка в полевых уравнениях остаются высшие производные.*

**Ключевые слова:** неминимально гравитационное взаимодействие, неметричность.